

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»  
Кафедра фізики

**Методичні вказівки**  
до лабораторної роботи № 4.7

**ВИВЧЕННЯ ВЛІВНИХ КОЛИВАНЬ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА**

Затверджено  
на засіданні кафедри  
фізики (протокол № )  
від .)

м. Дніпро  
2019

Методичні вказівки до лабораторної роботи № 4.7 « ВИВЧЕННЯ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ  
ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА» до розділу «*Коливання і хвилі*» курсу фізики для студентів  
усіх спеціальностей.

Укл.: І.П. Гаркуша, В.П. Курінний.

Дніпропетровськ: НГУ, 2019 р.

## Вивчення вільних коливань оборотного маятника

**Приналежності:** 1) оборотний маятник; 2) секундомір.

**Ціль роботи:** вивчити коливання фізичного маятника, визначити прискорення вільного падіння за допомогою маятника.

### Теоретичні відомості.

Кожне тіло, підвішене в точці, що лежить вище його центра мас, може коливатися і являє собою фізичний маятник (рис. 1).

У положенні рівноваги фізичного маятника його центр мас  $C$  перебуває на одній вертикалі із точкою підвісу  $O$ , але нижче неї. При відхиленні маятника від положення рівноваги на кут  $\varphi$  виникає обертаючий момент сили тяжіння, що прагне повернути маятник у положення рівноваги.

Таким чином, **фізичним маятником** називається будь-яке тіло, яке підвішене в точці, що лежить вище його центра мас і яке здійснює коливання під дією сили тяжіння.

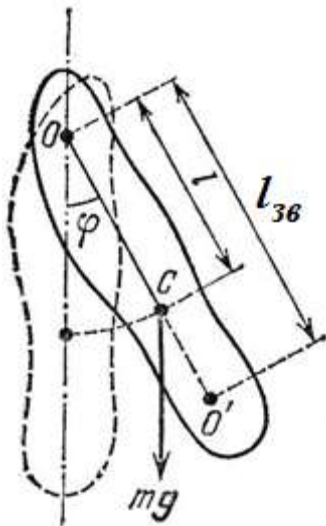


Рис. 1.

Період коливань фізичного маятника визначається виразом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (1)$$

Тут  $I$  – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку підвісу  $O$  (рис. 1),  $m$  – маса маятника,  $g$  – прискорення вільного падіння,  $l$  – відстань від точки підвісу  $O$  до центра мас  $C$  маятника.

**Математичним маятником** називають ідеалізовану систему, що складається з матеріальної точки, підвішеної на невагомій і нерозтяжній нитці. Гарним наближенням може служити невелика важка кулька, підвішена на довгій тонкій нитці.

Із зіставлення формули (1) з формулою для періоду коливань математичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

випливає, що величина  $I/(ml)$  вимірюється в одиницях довжини, а математичний маятник з довжиною

$$l_{зв} = I/(ml) \quad (3)$$

буде мати такий же період коливань, що й даний фізичний маятник. Величину  $l_{зв}$  називають *зведеною довжиною* фізичного маятника.

Точка  $O'$  на прямій, що з'єднує точку підвісу із центром мас, який лежить на відстані зведеної довжини  $l_{\text{пр}}$  від осі підвісу, називається *центром коливань* фізичного маятника (рис.1).

У всякого фізичного маятника під час послідовного підвішування маятника за точку підвісу або центр коливань період його коливань залишається тим самим.

Ця властивість називається властивістю *спряженості* або взаємності центра коливань і точки підвісу.

**Доказ властивості взаємності точки підвісу й центра коливань.**

Момент інерції  $I$  маятника відносно осі, що проходить через точку підвісу  $O$  за теоремою про моменти інерції (теоремою про паралельні осі) може бути представлений у вигляді

$$I = I_C + ml^2, \quad (4)$$

де  $I_C$  – момент інерції відносно осі, яка є паралельною осі підвісу й проходить через центр мас маятника. Підставивши цей вираз в (3), одержимо, що

$$l_{\text{зв}} = \frac{I_C}{ml} + l \quad (5)$$

Підвісимо тепер маятник у центрі коливань  $O'$ . Зведена довжина в цьому випадку буде дорівнювати

$$l'_{\text{зв}} = \frac{I_C}{ml'} + l' \quad (6)$$

де  $l'$  – відстань від початкового центра коливань (від точки  $O'$ ) до центра мас маятника. З огляду на те, що  $l' = l_{\text{зв}} - l$ , і виконавши алгебраїчні перетворення, вираз (6) перетворимо в такий спосіб

$$l'_{\text{зв}} = \frac{I_C}{m(l_{\text{зв}} - l)} + (l_{\text{зв}} - l) = l_{\text{зв}} + \frac{1}{m(l_{\text{зв}} - l)} [(I_C + ml^2) - mll_{\text{зв}}]. \quad (7)$$

Вираз у квадратних дужках дорівнює нулю. Дійсно, з (3) і (4) випливає

$$I_C + ml^2 = I = mll_{\text{зв}}.$$

Отже,  $l'_{\text{зв}} = l_{\text{зв}}$ , тобто при підвішуванні маятника в центрі коливань зведена довжина, а отже, і період коливань будуть тими ж, що й до того. Говорять, що **точка підвісу й центр коливань мають властивість взаємності**: під час переносу точки підвісу в центр коливань колишня точка підвісу стає центром коливань.

На цій властивості засноване визначення прискорення вільного падіння за допомогою так званого оборотного маятника.

**Оборотним маятником** (рис. 2) називається такий маятник, у якого є дві паралельні один одному, **закріплені** поблизу його кінців **опорні призми**  $B$ , за які він може по черзі підвішуватися. Уздовж маятника можуть переміщатися й закріплюватися на ньому важкі вантажі  $C, D$ .

Переміщенням вантажів домагаються, щоб при підвішуванні маятника на кожну з призм період коливань був однаковий. Тоді відстань між опорни-

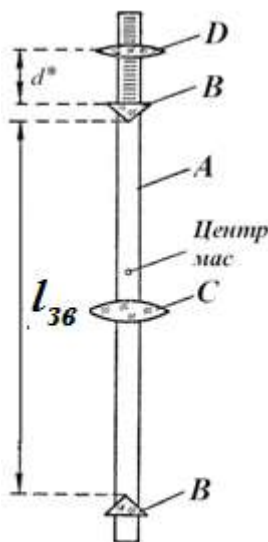


Рис. 2.

ми ребрами призм буде дорівнює  $l_{зв}$ . Вимірюючи період коливань маятника, і знаючи  $l_{зв}$ , можна за формулою

$$T^{\otimes} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{зв}}{g}}$$

знайти прискорення вільного падіння  $g$ .

$$g = \frac{4\pi^2}{(T^{\otimes})^2} l_{зв}. \quad (8)$$

### **Опис приладу.**

Оборотний маятник складається з металевого стрижня  $A$ , на поверхні якого нанесені поділки шкали.

На стрижні жорстко закріплюються й не пересуваються дві опорні призми  $B$ . Відстань між призмами є сталою, її значення можна визначити за сантиметровими поділками. Жорстко закріплюється також і вантаж  $C$ , що міститься між ними.

Змінювати положення опорних призм  $B$  і вантажу  $C$  **забороняється**.

Другий вантаж  $D$  міститься на кінці стрижня й може переміщатися по шкалі й закріплюватися в потрібному положенні.

### **Виміри.**

Необхідно знайти таке положення рухливого вантажу  $D$ , за якого будуть однаковими періоди коливань у прямому й переверненому положеннях маятника. Для цього:

1. Ставлять маятник на одну із призм. Вантаж  $D$  послідовно закріплюють на відстані 2, 2,5 й 3 поділок (сантиметрів) шкали, відрахованих від підстави найближчої до вантажу призми. Користуючись секундоміром, визначають періоди коливань маятника для різних положень вантажу  $D$  на шкалі. Кожен період визначається тричі з великої кількості коливань (20 - 30 коливань), щораз користуються середнім арифметичним значенням.

2. Потім будують графік залежності періоду коливань від положення вантажу на стрижні маятника, відкладаючи по осі абсцис полілку шкали, що вказує положення вантажу, а по осі ординат величину періоду коливань.

3. Після цього перевертають маятник і змушують його колитися на іншій опорній призмі. Знову зовсім так само вимірюють періоди коливань із тим же числом вимірів. Результати вимірів представляють у вигляді другого графіка на тім же рисунку й тих же координатних осях.

4. Точка перетинання кривих визначає місце розташування  $d^*$  рухливого вантажу  $D$ , що дає найбільш близькі один до одного значення періодів.

5. Поставивши вантаж  $D$  у це знайдене за графіком положення, з найбільшою старанністю визначають періоди коливань у прямому й переверненому положенні.

6. Коли періоди коливань маятника на обох призмах збігаються, за цим значенням періоду  $T^*$ , користуючись формулою (8), визначають величину прискорення сили тяжіння.

Виконання роботи вимагає уваги й старанності. Неприпустимими є коливання маятника з кутом відхилення більшим, ніж  $4^\circ$ .

№	$l_{\text{пр}}$	Положення $D$	$d$	$T_{\text{ср}}$	$d^*$	$T^*$	$g$
		Вантаж $D$ угорі	2 см				
			2,5 см				
			3 см				
		Вантаж $D$ унизу	2 см				
			2,5 см				
			3 см				

### **Контрольні питання.**

1. Що називається зведеною довжиною фізичного маятника?
2. Що називається центром коливань маятника?
3. У чому полягає властивість взаємності точки підвісу й центра коливань?  
Доведіть цю властивість.
4. На чому заснований метод оборотного маятника?

### **Література.**

1. І. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. И. В. Савельев. Курс фізики. Т.2 . М. 1989.

Склали І.П.Гаркуша, В.П.Курінний